LXII OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Fase local, curso 2025 - 2026

Mañana del viernes 16 de enero de 2026

Primera sesión

Problema 1.

(a) ¿Es posible separar los números del 1 al 60 (ambos incluidos) en 12 conjuntos de 5 números cada uno de forma que la suma de cada conjunto sea la misma?

(b) ¿Es posible separar los números del 1 al 35 (ambos incluidos) en 7 conjuntos de 5 números cada uno de forma que la suma de cada conjunto sea la misma?

Problema 2. Encuentra todas las soluciones reales del sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x^3 = 5x + y, \\ y^3 = 5y + x. \end{cases}$$

Problema 3. Encuentra todos los enteros no negativos a, b, c que cumplen que

$$3^a + 3^b + 3^c$$

es un cuadrado perfecto.

LXII OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Fase local, curso 2025 - 2026

Tarde del viernes 16 de enero de 2026

Segunda sesión

Problema 4. Se tiene el número de ocho cifras

$$20252026.$$

¿De cuántas formas se pueden reordenar sus dígitos para que el número siga teniendo ocho cifras (es decir, no empiece por cero) y dé resto 2 al dividirlo por 25?

Problema 5. En el cuadrilátero $ABCD$ se sabe que $\angle BAD = 100°$, $\angle BCD = 130°$ y que $AB = AD = 1$. Determina la longitud de la diagonal AC.

Problema 6. Consideremos un trapecio isósceles y los seis segmentos correspondientes a sus cuatro lados y a sus dos diagonales. Se eligen tres de esos seis segmentos y resulta que con ellos no se puede formar un triángulo. Demuestra que entonces sí que se puede formar un triángulo con los tres segmentos restantes.

Nota: Un trapecio es *isósceles* si sus lados no paralelos tienen la misma longitud y sus dos diagonales tienen también la misma longitud.